

На правах рукописи

**ЗЕМЦОВА Ольга Григорьевна**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ С ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ**

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

ПЕНЗА – 2013

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования “Пензенский государственный университет архитектуры и строительства” на кафедре “Механика”.

Научный руководитель – доктор технических наук, профессор  
**Шеин Александр Иванович**

Официальные оппоненты: **Прохоров Сергей Антонович**,  
доктор технических наук, профессор,  
член-корреспондент РАЕН,  
ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэро-  
космический университет имени академика С.П. Ко-  
ролева (национальный исследовательский универси-  
тет)», заведующий кафедрой «Информационные  
системы и технологии»;  
**Бормотов Алексей Николаевич**,  
доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВПО  
«Пензенская государственная технологическая ака-  
демия», профессор кафедры «Автоматизация и  
управление».

Ведущая организация – федеральное государственное бюджетное образова-  
тельное учреждение высшего профессионального  
образования «Тольяттинский государственный уни-  
верситет»

Защита диссертации состоится 28 марта 2013 г., в 15 часов, на заседании диссертационного совета Д 212.337.01 при Пензенской государственной технологической академии по адресу: 440039, г. Пенза, пр. Байдукова / ул. Гагарина, д. 1а / 11, ПГТА, 1 корпус, конференц-зал.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО “Пензенская государственная технологическая академия”

Автореферат разослан 26 февраля 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



**Чулков Валерий Александрович**

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Обеспечение динамической устойчивости высотных сооружений в условиях расширяющихся масштабов их строительства обуславливает необходимость применения математического моделирования в процессе проектирования. Для таких объектов характерны низкая собственная частота колебаний, связанная с их размерами, и малое собственное демпфирование. Высотные здания и сооружения весьма чувствительны к горизонтальным и вертикальным внешним нагрузкам, порожденным ветровыми и сейсмическими воздействиями. В связи с этим возникает проблема защиты сооружений от развития резонансных колебаний. Она может решаться путем применения в высотных зданиях и сооружениях специальных устройств гашения колебаний.

В теории моделирования устройств для гашения колебаний высотных зданий и сооружений большинство известных конструкций рассматривается как одностепенные массы, движущиеся по отношению к защищаемой конструкции. Подобная одномерная модель позволяет учитывать только основную моду собственных колебаний защищаемого объекта. Однако такой подход оправдан только при плоском деформировании конструкций под воздействием внешней нагрузки в узком частотном диапазоне. Для высотных сооружений, имеющих, как правило, одинаковую протяженность (и жесткость) в горизонтальных направлениях данного вертикального уровня, подобное упрощение неприемлемо. Поэтому применение одностепенных гасителей колебаний на высотном строительном объекте не обеспечивает качественного решения данной задачи. Применение более совершенных многостепенных гасителей пространственных колебаний сдерживается недостаточной разработанностью теоретических основ их проектирования и отсутствием адекватного математического описания поведения зданий и сооружений в граничных условиях окружающей среды.

Решение данной задачи может быть найдено путем математического моделирования высотных объектов, оборудованных пространственными (многостепенными) гасителями колебаний, с учетом условий опирания и пространственного изменения внешней нагрузки в широком диапазоне значений.

В настоящей работе в качестве объекта исследования выбраны многостепенные гасители линейно-угловых колебаний высотных сооружений, в частности, новый многостепенный гаситель кольцевого типа. Исследование математической модели пространственной динамики высотных объектов, оборудованных подобными устройствами, учитывающей основные факторы влияния внешней среды и конструктивные особенности сооружений, с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента, представляет интерес для теории и практики, позволяет решить актуальную задачу гашения колебаний высотных объектов.

**Целью диссертационной работы** является разработка методов математического моделирования, алгоритмов и комплексов программ для комплексного исследования динамики высотных объектов при ветровом воздействии с учетом работы гасителей колебаний и влияния упругого основания.

В соответствии с поставленной целью в диссертационной работе решались следующие **задачи**.

1. Анализ и оценка состояния теоретических разработок и технических решений в области математического моделирования средств виброзащиты высотных объектов.

2. Разработка эффективных методов математического моделирования колебаний системы “основание – сооружение – гаситель”, учитывающих пространственную динамику сооружения на вязкоупругом основании под действием пространственной ветровой нагрузки.

3. Создание методов математического моделирования и оптимизация параметров многостепенных и многомассовых гасителей линейно-угловых колебаний высотных объектов.

4. Модернизация численного метода решения уравнений динамического равновесия системы “основание – сооружение – гаситель” и создание на этой основе комплекса программ для проведения вычислительного эксперимента, обеспечивающего возможность исследования пространственного поведения высотного объекта в различных режимах.

5. Проведение комплексных исследований динамики высотных объектов с многостепенными гасителями линейно-угловых колебаний.

**Предмет и объект исследования.** Предметом исследования является динамическая математическая модель системы “основание – сооружение – гаситель”, полученная с использованием предложенных эффективных численных методов. Объектом исследования является система “основание – сооружение – гаситель” с многостепенными и многомассовыми гасителями линейно-угловых колебаний.

**Методы исследований** основаны на фундаментальных положениях строительной механики и включают методы теории математического моделирования, теории математического анализа и статистики, оптимизации, решения уравнений математической физики, линейной алгебры, физического и вычислительный эксперименты.

**Научная новизна** работы состоит в следующем.

1. Разработан метод моделирования высотных сооружений, учитывающий пространственное изменение ветровой нагрузки и пространственную работу вязкоупругого основания, сооружения и гасителей колебаний, что позволяет исследовать динамику высотных объектов с гасителями.

2. Создан метод моделирования влияния подстилающей поверхности на колебания сооружений, позволяющий учитывать упругие и демпфирующие свойства грунтового основания и получить соотношения для определения динамической реакции вязкоупругого основания в точке фундаментной плиты или отдельно стоящего фундамента.

3. Разработан метод математического моделирования новых многостепенных гасителей линейно-угловых колебаний высотных объектов, учитывающий нелинейность сил взаимодействия сооружения и гасителя и позволяющий исследовать гашение пространственных колебаний.

4. Разработана методика математического моделирования многомассовых гасителей колебаний, реализация которой в программной среде Maple позволила получить формулы для численного определения оптимальной жесткости упругой связи настроечной массы многомассового гасителя.

5. Разработан численный метод решения уравнений динамического равновесия, основанный на модернизации метода центральных разностей, позволяющий повысить устойчивость расчета и сократить затраты времени за счет изменения шага по временной координате в зависимости от кривизны траектории.

**Практическая значимость** работы заключается в следующем.

1. Созданный на основе разработанных методов и алгоритмов программный комплекс для определения перемещений узловых точек модели сооружения, реализованный в системе компьютерной алгебры MathCAD с использованием специальных библиотек MATLAB, обеспечивает проведение вычислительных экспериментов с использованием моделей высотных сооружений с гасителями колебаний, что сокращает затраты на опытно-конструкторские работы и натурные испытания.

2. Результаты вычислительных экспериментов, выполненных в рамках диссертационного исследования, позволяют выработать инженерные рекомендации по проектированию и модернизации высотных сооружений.

**Реализация и внедрение результатов.** Результаты диссертационной работы использованы ООО “Облкоммунжилпроект” в процессе проектирования высотных сооружений башенного типа при их моделировании и выполнении расчетов.

Научные и практические результаты диссертационной работы использованы при выполнении НИР по Федеральной целевой программе “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 годы, в рамках реализации мероприятия № 1.2.1 Проведение научных исследований научными группами под руководством докторов наук по проекту ГК № 16.740.11.0136 от 02.09.2010 г. “Теоретические исследования факторов пассивного управления пространственной динамикой высотных сооружений при различных воздействиях с учетом нелинейной механики оснований”.

Результаты диссертационной работы используются при подготовке лекционных и практических занятий по курсам “Строительная механика”, “Основы метода конечных элементов”, “Динамика и устойчивость сооружений”, “Компьютерные технологии в науке и производстве” на кафедре “Строительная и теоретическая механика” Пензенского государственного университета архитектуры и строительства.

**Достоверность результатов работы.** Достоверность научных результатов подтверждена сравнением с известными аналитическими и численными расчетными данными, экспериментальными исследованиями, опубликованием основных результатов работы в рецензируемых научных журналах и апробацией на научно-технических конференциях различного уровня.

**На защиту выносятся.**

1. Метод моделирования высотного сооружения, оборудованного гасителем колебаний, с учетом влияния вязкоупругого основания и программный комплекс для проведения вычислительных экспериментов.

2. Метод математического моделирования влияния многостепенных гасителей линейно-угловых колебаний и вязкоупругого грунтового основания на пространственную динамику высотных сооружений.

3. Методика математического моделирования многомассовых гасителей колебаний и выработанные в ходе ее реализации рекомендации по подбору их оптимальных параметров.

4. Численный метод решения уравнений динамического равновесия системы “основание – сооружение – гаситель” и комплекс программ для проведения вычислительного эксперимента, обеспечивающий возможность исследования пространственного поведения высотного объекта в различных режимах.

5. Результаты комплексных исследований системы “основание – сооружение – гаситель”, выполненных посредством моделирования с использованием разработанного комплекса программ.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации и отдельные результаты исследований докладывались на региональном конкурсе дипломных работ по специальности 270105 “Городское строительство и хозяйство” (г. Самара, 2008 г.); Всероссийском конкурсе выпускных квалификационных работ по специальности 270105 “Городское строительство и хозяйство” (г. Москва, 2007 г.); Международной научно-технической конференции “Актуальные проблемы современного строительства” (г. Пенза, 2007 г.); VIII Международной научно-технической конференции “Эффективные строительные конструкции: теория и практика” (г. Пенза, 2008 г.); Международной научно-технической конференция “Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов” (г. Пенза, 2009 г.); городском семинаре “Динамика, технология и управление сложных систем”, кафедра “Теоретическая и прикладная механика” Пензенского государственного университета (г. Пенза, 2010 г.); IV Международном симпозиуме “Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений” (г. Челябинск, 2012 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 16 печатных работ, в том числе 4 статьи в журналах из перечня ВАК, 2 монографии, 1 патент на полезную модель.

**Личный вклад автора.** Результаты диссертационной работы получены автором самостоятельно. Работы опубликованы в соавторстве с научным руководителем, которому принадлежат формулировка концепции решаемой задачи и постановка цели исследования. Лично автором проведено математическое моделирование воздействий, высотных объектов и гасителей, разработаны компьютерные программы, обработаны статистические данные, проведены экспериментальные исследования, интерпретированы и обобщены полученные результаты, сформулированы выводы.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти разделов, выводов по работе, библиографического списка из 128 наименований и приложения. Основной текст изложен на 152 страницах, содержит 4 таблицы и 53 рисунка.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, изложены основные положения, выносимые на защиту, показаны научная новизна и практическая значимость диссертационной работы.

**В первом разделе** рассматривается современное состояние проблемы математического моделирования гашения колебаний и воздействий для различных типов гасителей колебаний, существующие методики расчета динамического отклика высотных сооружений на ветровые воздействия.

В области моделирования устройств по гашению колебаний и виброизоляции различных промышленных объектов современной наукой накоплен огромный потенциал. Значительный вклад в развитие теории динамических гасителей колебаний внесли А.М. Алексеев, И.В. Ананьев, Ю.А. Гопп, А.В. Дукарт, В.В. Карамышкин, Б.Г. Коренев, Н.А. Пикулев, А.И. Олейник, Б.В. Остроумов, А.Ф. Потехин, Л.М. Резников, А.К. Сборовский, В.Б. Сегаль, В.П. Терских, J.E. Brock, F.M. Lewis, F.E. Reed, J.C. Snowdon, G.V. Warburton и др.

Моделирование многомассовых гасителей колебаний исследовалось в работах Б.Г. Коренева, А.В. Дукарта, А.И. Олейника, А.И. Шеина.

Ряд работ В.В. Василевского, И.С. Доронина, А.Н. Щербакова, Б.В. Остроумова был направлен на разработку методик и алгоритмов определения оптимальных параметров гасителей колебаний по критерию минимума амплитуды или ускорений. В работах Е.С. Брискина, Л.М. Резникова, Г.М. Фишмана, М.К. Романченко, Ю.П. Савинова доказано, что при оптимизации настройки и демпфирования в условиях нестабильной частоты воздействия внешнего фактора (нагрузки) эффективность гасителя оказывается почти такой же, как при гармонических воздействиях.

Большинство гасителей пространственных колебаний сооружений являются нелинейными механическими системами. Теория нелинейных гасителей колебаний рассматривалась в работах К.В. Аврамова, О.В. Гендельмана, А.В. Дукарта, А.М. Гуськова, Г.Я. Пановко, А.А. Засядко, Б.Г. Коренева, А.Н. Блехермана, А.И. Шеина.

Моделированию ветровых воздействий посвящен цикл работ Б.В. Остроумова, М.А. Гусева, Е.В. Дубовицкой, А.В. Бредова, статьи И.М. Кирпичникова, О.В. Матвеевко, А.В. Паранина, П.В. Никитина, О.К. Токарева и А.И. Короткина.

Различные математические модели оснований рассматривали Н.П. Абовский, Н.И. Марчук, О.М. Максимова, Е.Н. Скворцов, В.И. Палагушкин, К.Х.А. Вильярреаль, Е.Л. Карлина, А.М. Уздин, И. Каландарбеков, О.А. Маковецкий, Т.А. Мухамедиев, А.С. Махно, Г.А. Никитаева, Ю.Л. Рутман, А.А. Чылбак, В.В. Семенов, Фамдык Кьюнг, В.В. Смирнов, А.Г. Тамразян, О.В. Трифонов, В.М. Шаркин, В.В. Мозговой, К.Т. Чхиквадзе, Н.Ш. Члаидзе и др.

В работе А.Т. Тяпина исследовано моделирование систем “сооружение – основание” частотно-зависимой матрицей в расчетах на сейсмические воздействия. Г.А. Никитаевой выполнено определение демпфирующих характеристик грунтов резонансным методом.

Для численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений движения объекта моделирования используются методы Рунге-Кутты, метод центральных разностей, метод Ньюмарка, метод линейного ускорения (метод Вилсона), метод Хоболта и др.

В мировой практике управления динамикой сооружений и конструкций имеется ряд примеров применения гасителей колебаний. Особый интерес для исследования представляют гасители колебаний уникальных высотных объектов: памятников, небоскребов, большепролетных мостов, высотных сооружений: монумент-скульптура “Родина-мать” в Киеве (Украина), Рижская телебашня в г. Риге (Латвия), монумент Победы на Поклонной горе в г. Москве, небоскребы в г. Нью-Йорке (США) и г. Фениксе (США), Международный финансовый центр Taipei

International Financial Center в г. Тайпей (Тайвань), здание One Wall Center в г. Ванкувер (Канада), здание Trump World Tower в г. Нью-Йорк (США).

Таким образом, задаче моделирования процессов возникновения и гашения колебаний зданий и сооружений посвящены работы многих российских и зарубежных ученых. Однако практически все рассматриваемые математические модели гасителей предназначены для уменьшения амплитуд прямолинейных колебаний точки и/или колебаний сооружений в одной плоскости. Методам моделирования пространственных гасителей колебаний посвящена малая часть публикаций и, зачастую, лишь как варианту усовершенствования плоской модели, без математического описания работы гасителя в совокупности с сооружением.

В настоящее время в связи с развитием вычислительной техники и программного обеспечения появилась возможность проведения комплексного исследования проблемы снижения амплитуд колебаний высотных объектов на упругом основании с помощью многостепенных гасителей линейно-угловых колебаний.

**Второй раздел** посвящен разработке методов математического моделирования системы “основание – сооружение – гаситель”, учитывающих пространственную динамику сооружения на вязкоупругом основании под действием пространственной нагрузки.

Одной из основных причин колебаний высотных сооружений является ветер, воздействие которого обуславливает соответствующую ветровую нагрузку. Точно описать характер изменения пульсационной составляющей скорости ветра какой-либо функцией чрезвычайно сложно. Показана целесообразность использования гармонического анализа при решении задач управления колебательными процессами, с представлением колебательной функции в виде тригонометрического полинома Фурье:

$$V_{\Pi} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)), \quad (1)$$

где  $\omega_1$  – частота повторения или частота первой гармоники;  $k$  – номер гармоники;  $t$  – момент времени;  $a_k, b_k$  – коэффициенты периодической функции

$$V_{\Pi} = f(t), \quad (2)$$

заданной дискретными отсчетами. Коэффициенты ряда Фурье определяются по формулам численного интегрирования и графику изменения скорости ветра от времени, заданному таблично или графически.

В первом приближении ветровую нагрузку на сооружение можно разложить на узловые сосредоточенные воздействия вида:

$$P_n^e = P_{ст,n} + P_{p,n} \sin(\theta_1 t + \alpha_n), \quad (3)$$

где  $n$  – номер яруса;  $b$  – некоторый коэффициент, учитывающий изменение скорости ветрового потока по высоте;  $P_{ст}$  – статическая составляющая ветровой нагрузки;  $P_p$  – амплитудное значение динамической составляющей ветровой нагрузки;  $\theta_1$  – частота пульсаций;  $\alpha_n$  – начальные фазы колебаний пульсационной составляющей ветрового потока, с помощью которых можно моделировать формы пульсаций. Начальные фазы можно определить по вектору соответствующей формы собственных колебаний башни:

$$\alpha_n = \arcsin(y_n), \text{ рад} \quad (4)$$



где  $y_n$  – значение той компоненты собственного вектора, которой соответствует горизонтальное перемещение  $n$ -го яруса.

Для того, чтобы промоделировать изменение направления пульсирующего потока в некотором секторе, т.е. повороты пульсирующей составляющей в горизонтальной плоскости, предлагается разложение динамической составляющей по двум взаимно-перпендикулярным направлениям в горизонтальной плоскости угла наклона потока.

Математическое моделирование объекта выполнено с использованием метода конечных элементов. Уравнения движения узлов сооружения в ветровом потоке записаны в виде:

$$M\dot{U} + B\dot{U} + KU = P, \quad (5)$$

где  $M$  – матрица масс,  $B$  – матрица демпфирования,  $K$  – матрица жесткости упругой системы.

Для шарнирно-стержневой системы матрицы жесткости и внутреннего демпфирования конечного элемента системы имеют вид:

$$k_i = \frac{EA_i}{l_i} \begin{bmatrix} e_i & -e_i \\ -e_i & e_i \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$b_{i,тр} = \frac{EA_i\chi_y}{2l_i} \begin{bmatrix} e_i & -e_i \\ -e_i & e_i \end{bmatrix}. \quad (7)$$

где  $\chi_y$  – коэффициент, характеризующий вязкость материала;  $E$  – модуль упругости материала;  $A_i$  и  $l_i$  – соответственно площадь поперечного сечения и длина  $i$ -го элемента;

$$e_i = \begin{bmatrix} (c_1c_1)_i & (c_1c_2)_i & (c_1c_3)_i \\ (c_2c_1)_i & (c_2c_2)_i & (c_2c_3)_i \\ (c_3c_1)_i & (c_3c_2)_i & (c_3c_3)_i \end{bmatrix}.$$

Здесь  $c_j$  – направляющие косинусы угла наклона  $i$ -го элемента к  $j$ -ой оси общей системы координат.

Дифференциальные уравнения движения механической системы “сооружение – гасители”

$$\begin{cases} M\ddot{U} + B\dot{U} + KU = P(t) \\ M_\Gamma\ddot{U}_\Gamma + B_\Gamma(\dot{U}_\Gamma - \dot{U}_M) + K_\Gamma(U_\Gamma - U_M) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь матрицы масс

$$M = \text{diag}[m_1, m_2, \dots, m_n], \quad M_\Gamma = \text{diag}[m_{n+1}, m_{n+2}, \dots, m_{n+r}],$$

а вектор динамической узловой нагрузки состоит из внешней (ветровой) нагрузки и внутренней (силы упругости и вязкого трения гасителей):

$$P(t) = P^e + P^i, \quad (9)$$

где

$$P^i = B_\Gamma(\dot{U}_\Gamma - \dot{U}_M) + K_\Gamma(U_\Gamma - U_M). \quad (10)$$

В этих выражениях:  $B$  – матрица коэффициентов внешнего демпфирования; индекс “Г” соответствует принадлежности к гасителю колебаний, а “М” – к перемещениям узловых масс, соединенных с гасителями;  $n$  – число степеней свободы узлов;  $r$  – число гасителей колебаний.

Для повышения устойчивости и точности решения дифференциальных уравнений движения системы разработан численный метод смещенных разностей, основанный на модернизации метода центральных разностей за счет изменения шага по временной координате в процессе расчета в зависимости от кривизны траектории.

Разработан метод математического моделирования новых многостепенных гасителей колебаний, которые могут гасить линейные (в разных направлениях) и угловые (вращательные) колебания сооружения. Для удобства вывода и анализа уравнений использовано крепление гасителя к жесткой платформе прямоугольной конфигурации, которая каким-либо образом горизонтально закреплена на сооружении. При этом положение масс гасителей описывается геометрически нелинейными соотношениями.

Маятниковый гаситель считается одним из наиболее эффективных средств уменьшения амплитуд колебаний высотных сооружений.

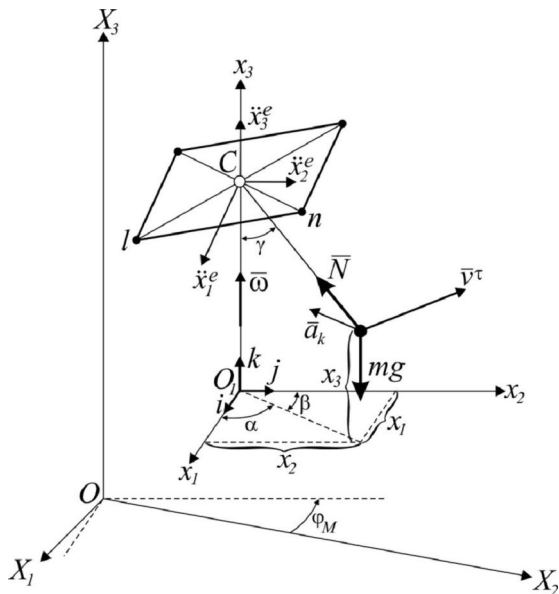


Рисунок 1 – Маятниковый гаситель колебаний

Плоскость (рисунок 1), параллельная плоскости крепления маятника, принята в качестве основания неинерциальной системы отсчета  $O_1x_1x_2x_3$ , движущейся вместе с точкой  $C$  относительно глобальной системы координат  $OX_1X_2X_3$  механической системы «сооружение – гаситель». Уравнения относительного движения гасителя-маятника в зависимости от движения узлов сооружения:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad m\ddot{x}_1^\tau &= -N \sin(\gamma) \cos(\alpha) - m\ddot{x}_1^e + 2m\omega_3 \dot{x}_1^\tau; \\ 2) \quad m\ddot{x}_2^\tau &= -N \sin(\gamma) \cos(\beta) - m\ddot{x}_2^e + 2m\omega_3 \dot{x}_2^\tau; \\ 3) \quad m\ddot{x}_3^\tau &= N \cos(\gamma) - mg - m\ddot{x}_3^e; \\ 4) \quad x_3^\tau &= r - \sqrt{r^2 - (x_1^\tau)^2 - (x_2^\tau)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Здесь индексы  $\tau$ ,  $e$  и  $k$  соответствуют проекциям относительного, переносного и кориолисова ускорений на ось  $x_i$ .

Высотные сооружения обладают низкой частотой собственных колебаний. Для снижения частоты колебаний маятникового гасителя колебаний и уменьшения длины подвеса предлагается “разнос” массы на две части, противоположно

расположенные относительно точки подвеса, что увеличивает период колебаний маятника (снижает частоту колебаний) и сохраняет прежнее значение горизонтальной составляющей реакции.

Модель точечного динамического гасителя пространственных колебаний представляет собой массу, упруго закрепленную к платформе (рисунок 2), в свою очередь установленную на  $n$ -ый ярус башни. При помощи такого гасителя можно гасить две первые собственные частоты колебаний.

Уравнения движения массы такого гасителя имеет вид:

$$M_2 \ddot{U}_C^{гл} = F,$$

где

$$M_2 = \text{diag}[m_2 \ m_2],$$

$$F = \{F_x \ F_y\}^T = \left\{ \sum F_{ix} \ \sum F_{iy} \right\}^T.$$

Ускорение массы гасителя в глобальной системе координат определяется как

$$\ddot{U}_C^{гл} = \ddot{U}_M + T_M \ddot{U}_C^n + T_M \ddot{U}_C^n + 2T_M \dot{U}_C^n. \quad (12)$$

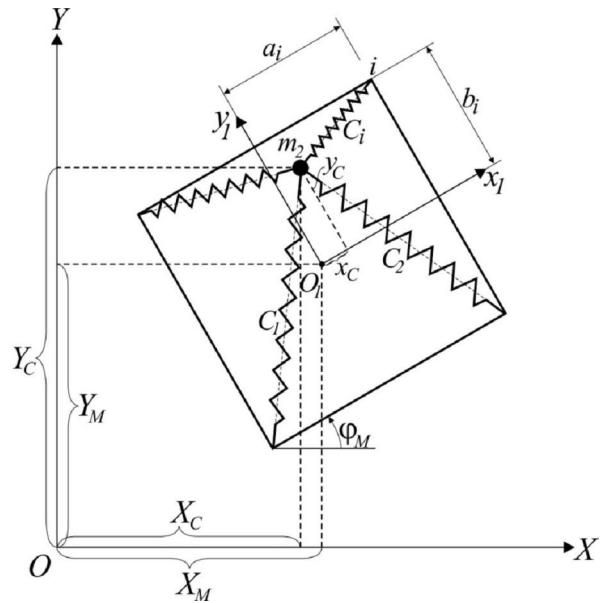


Рисунок 2 – Точечный динамический гаситель колебаний

Здесь  $T$  – матрица поворотов местной системы координат относительно глобальной.

Динамический гаситель кольцевого типа (рисунок 3) можно настроить на гашение двух линейных и одного вращательного резонансных перемещений. Уравнения движения кольцевого гасителя

$$M_1 \ddot{U}_C^{гл,к} = F^к,$$

где

$$M_1 = \text{diag}[m_1 \ m_1 \ m_1 r^2],$$

$$F^к = \{F_x \ F_y \ M_{Cz}\}^T = \left\{ \sum F_{ix} \ \sum F_{iy} \ \sum M_{iCz} \right\}^T.$$

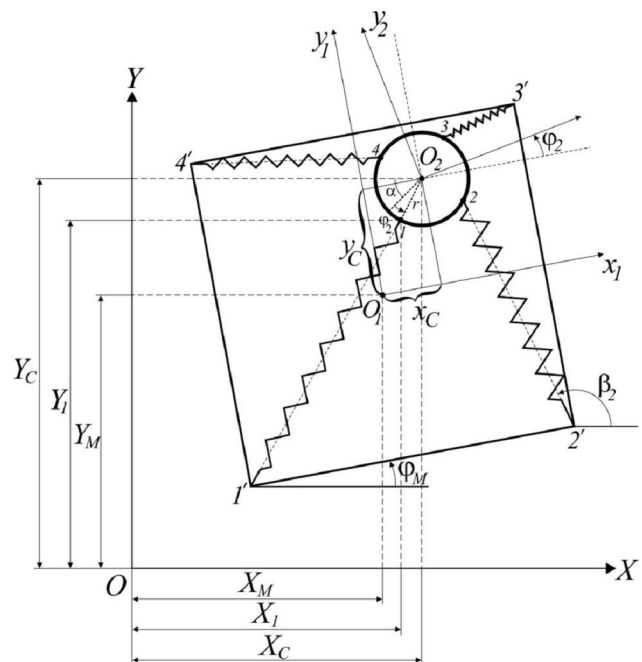


Рисунок 3 – Динамический гаситель кольцевого типа

Здесь ускорение массы гасителя в глобальной системе координат

$$\ddot{U}_C^{гл,к} = \ddot{U}_M + T_M^к \ddot{U}_C^{л,к} + T_M^к \ddot{U}_C^{л,к} + 2T_M^к \dot{U}_C^{л,к}. \quad (13)$$

При этом угол поворота гасителя

$$\varphi = \varphi_M + \varphi_2. \quad (14)$$

Двухмассовый гаситель колебаний кольцевого типа (рисунок 4) может быть настроен на гашение пяти собственных частот или иметь расширенный диапазон гашения двух первых частот. Уравнения движения масс гасителя удобно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} M_2 \ddot{U}_{C,m2}^{гл} &= F; \\ M_1 \ddot{U}_{C,m1}^{гл,к} &= F^к. \end{aligned} \right\}$$

В глобальной системе координат ускорение массы  $m_1$  гасителя будет определяться по формуле (13), а ускорение массы  $m_2$  – с помощью соотношения

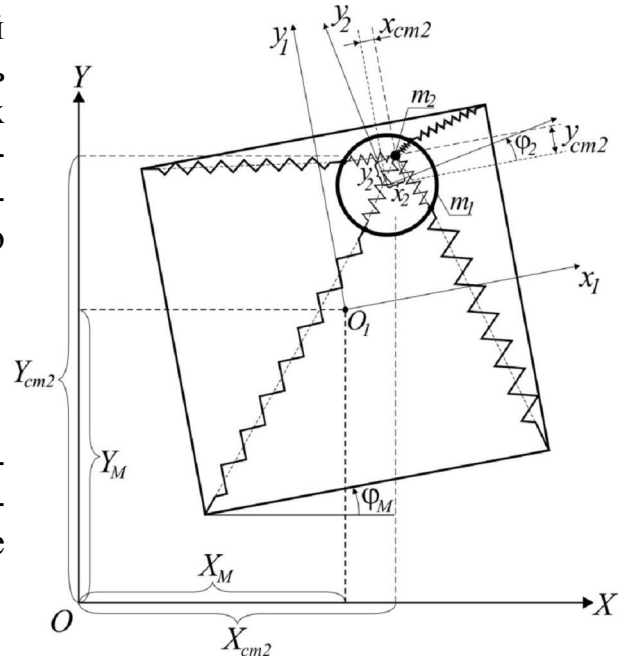


Рисунок 4 – Двухмассовый гаситель колебаний кольцевого типа

$$\begin{aligned} \ddot{U}_{C,m2}^{гл} &= \ddot{U}_M + \ddot{T}_M U_{C,m1}^n + T_M \ddot{U}_{C,m1}^n + 2\dot{T}_M \dot{U}_{C,m1}^n + \ddot{T}_M T_2 U_{C,m2}^n + T_M \ddot{T}_2 U_{C,m2}^n + \\ &+ T_M T_2 \ddot{U}_{C,m2}^n + 2\dot{T}_M \dot{T}_2 \dot{U}_{C,m2}^n + 2T_M \dot{T}_2 \dot{U}_{C,m2}^n + 2\dot{T}_M T_2 \dot{U}_{C,m2}^n. \end{aligned} \quad (15)$$

Необходимым условием для эффективной работы любого вида гасителя является оптимизация его характеристик, т.е. выбор собственной частоты (настройки) и демпфирования при заданной массе гасителя. В работе создана методика математического моделирования настройки многомассовых гасителей, реализация которой в программной среде Maple позволила получить формулы для численного определения оптимальной жесткости упругой связи настроечной массы многомассового гасителя. Задача оптимизации ставится на примере упругой системы “основная масса – многомассовый гаситель”. Решение выполнено для гармонической возмущающей нагрузки с фиксированной частотой воздействия.

Пусть на систему с массой  $m_1$  и коэффициентом жесткости  $c_1$  действует сила  $H \sin(\omega t)$ . К системе присоединен многомассовый гаситель, состоящий из  $(n-1)$  масс  $m_j$  ( $j=2, \dots, n$ ), последовательно соединенных упругими связями с коэффициентом жесткости  $c_j$ . Величина перемещения основной массы ограничивается пределами  $[a, -b]$ .

Решая задачу оптимизации вида:

$$\left\{ \begin{aligned} \min f_0 &= x_1^2, \\ f_1 &= (c_1 + c_2 - m_1 \omega^2) x_1 - c_2 x_2 - H = 0, \\ f_j &= (c_j + c_{j+1} - m_j \omega^2) x_j - c_j x_{j-1} - c_{j+1} x_{j+1} = 0, \quad j = 2, \dots, n, \\ f_{n+1} &= -x_1 - b \leq 0, \\ f_{n+2} &= x_1 - a \leq 0, \end{aligned} \right. \quad (16)$$

где  $f_0$  – целевая функция;  $f_1, f_j$  – ограничения типа равенств, полученные из системы уравнений движения для установившихся колебаний;  $f_{n-1}, f_{n-2}$  – ограничения типа неравенств, найдем оптимизируемый параметр – коэффициент жесткости связи последней (настроечной) массы гасителя  $c_n$ .

Введя обозначение

$$m_j \omega^2 = c_j^o,$$

решение системы уравнений в случае многомассового гасителя можно представить в виде

$$c_n = c_n^o k, \quad (17)$$

где  $k = k(c_j, c_j^o)$ ,  $j = 2 \dots n$ .

Результаты реализации приведенной методики представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Оптимальная жесткость последней пружины многомассовых гасителей

№ п/п	Кол-во масс, $n$	Оптимальная жесткость $c_n$
1	2	$c_2^o$
2	3	$c_3^o \cdot \frac{-c_2 + c_2^o}{-c_2 + c_2^o + c_3^o}$
3	4	$c_4^o \cdot \frac{c_3 c_3 - c_2^o c_3 - c_2 c_3^o - c_3 c_3^o + c_2^o c_3^o}{c_2 c_3 - c_2^o c_3 - c_2 c_3^o - c_3 c_3^o + c_2^o c_3^o - c_2 c_4^o - c_3 c_4^o + c_2^o c_4^o}$
4	5	$c_5^o \cdot \frac{c_2 c_3 c_4 - c_3 c_4 c_2^o - c_2 c_4 c_3^o - c_3 c_4 c_3^o - c_2 c_3 c_4^o - c_2 c_3 c_4^o - c_3 c_4 c_4^o + c_4 c_2^o c_3^o + c_3 c_2^o c_4^o + c_4 c_2^o c_4^o + c_2 c_3^o c_4^o + c_4 c_2^o c_3^o + c_3 c_2^o c_4^o + c_4 c_2^o c_4^o + c_2 c_3^o c_4^o - c_2^o c_3^o c_4^o + c_2 c_3 c_5^o + c_3 c_3^o c_4^o - c_2^o c_3^o c_4^o}{+ c_2 c_4 c_5^o + c_3 c_4 c_5^o - c_2 c_3^o c_5^o - c_3 c_2^o c_5^o - c_3 c_3^o c_5^o - c_4 c_2^o c_5^o + c_2^o c_3^o c_5^o}$

Для моделирования влияния подстилающей поверхности на колебания сооружений принята модернизированная винклеровская модель грунтового основания, учитывающая влияние сопротивления движению на динамическую реакцию. Эта модель наиболее пригодна для описания динамической работы основания. Тогда динамическая реакция в точке вязкоупругого винклеровского основания

$$r = kw + \alpha \dot{w}. \quad (18)$$

Система уравнений динамического равновесия по методу конечных элементов “сооружение – гаситель” расширяется на три уравнения с тремя неизвестными функциями перемещений  $\varphi_x, \varphi_y$  и  $w_0$ :

$$\left. \begin{aligned} I_x^m \ddot{\varphi}_x + I_x^A (k\varphi_x + \alpha \dot{\varphi}_x) &= \sum M_x, \\ I_y^m \ddot{\varphi}_y + I_y^A (k\varphi_y + \alpha \dot{\varphi}_y) &= \sum M_y, \\ m_{\text{пл}} \ddot{w}_0 + A(kw_0 + \alpha \dot{w}_0) &= \sum N_z. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Здесь  $I_x^A, I_y^A$  – моменты инерции площади плиты относительно осей  $x$  и  $y$ , соответственно;  $I_x^m, I_y^m$  – моменты инерции масс плиты относительно осей  $x$  и  $y$ , соответственно;  $k$  – коэффициент постели;  $\alpha$  – коэффициент сопротивления движению

грунта;  $w_0$  – вертикальное перемещение точки;  $\varphi_x, \varphi_y$  – углы поворота плиты вокруг осей  $x$  и  $y$ ;  $w$  – скорость перемещения точки плиты;  $\dot{w}_0$  – ускорение плиты в поступательном движении вдоль оси  $z$ ;  $\dot{\varphi}_x, \dot{\varphi}_y$  – угловые ускорения плиты при вращении ее вокруг осей  $x$  и  $y$ ;  $M_x, M_y$  – моменты внешних сил относительно осей  $x$  и  $y$ ;  $N_z$  – проекции внешних сил на ось  $z$ ;  $m_{пл}$  – масса плиты;  $A$  – площадь плиты.

Таким образом, разработанный метод моделирования системы “основание – сооружение – гаситель” с учетом пространственной работы основания и сооружения, пространственного изменения нагрузки и пространственных нелинейных гасителей колебаний позволяет создать комплекс проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов по исследованию динамики высотных объектов.

**В третьем разделе** представлена реализация разработанного метода динамического моделирования в виде программного комплекса.

Для выполнения вычислительных экспериментов к программным средствам предъявляется ряд требований, например, они должны содержать базы данных исходных параметров и результатов вычислений, позволять изменять параметры расчета и т.д. Известные средства компьютерного моделирования не могут обеспечить выполнение этих требований, необходимо использование систем с открытым программным кодом, но при этом среда разработки должна обладать широким набором функций, направленных на решение задач математического моделирования. Анализ показал, что в наиболее полной мере указанным требованиям отвечает пакет прикладных программ MATLAB с использованием специальных библиотек. В работе реализация алгоритма моделирования показана также в системе MathCAD, имеющей широкие математические и графические возможности, простой интерфейс. Структура разработанного программного комплекса показана на рисунке 5.



Рисунок 5 – Структура программного комплекса

Выходными параметрами расчета являются матрицы перемещений узлов системы в выбранный временной промежуток с заданным шагом. Визуализация результатов расчета осуществляется с помощью графиков колебаний отдельных узлов, с возможностью совмещения нескольких линий, построенных по данным из разных блоков комплекса, что позволяет оценивать и сравнивать результаты вычислений при изменении начальных условий расчета.

**В четвертом разделе** описаны вычислительные эксперименты, проведенные с использованием разработанных методов моделирования.

Для исследования динамического поведения системы “основание – сооружение – гаситель” были проведены вычислительные эксперименты с помощью разработанного программного комплекса. В качестве исследуемой модели была рассмотрена стальная башня, закрепленная на жесткой железобетонной плите размерами  $5,5 \times 5,5 \times 0,5$  м. Размеры башни  $4 \times 4 \times 16$  м, элементы выполнены из парных стальных уголков. Для исключения резонансного движения башни в диапазоне трех первых собственных частот установлен динамический гаситель колебаний кольцевого типа, обладающий тремя степенями свободы. Настройка подобного устройства включает в себя подбор нескольких параметров: массы гасителя ( $m_{\text{гас}}$ ), коэффициента жесткости его упругих связей ( $c_{\text{гас}}$ ), радиуса подвижной части ( $r_{\text{гас}}$ ) и коэффициента сопротивления движению амортизаторов ( $\alpha_{\text{гас}}$ ).

При введении в математическую модель основания башни характеристики системы существенно меняются, соответственно должны измениться и настройки гасителя колебаний. В первую очередь, это связано с тем, что собственные частоты системы “основание – сооружение” значительно отличаются от частот отдельно рассчитываемого сооружения. Относительное изменение частоты зависит от геометрических параметров сооружения и от характеристик грунта. Первая собственная частота для рассматриваемой стальной башни меняется в диапазоне от 5–7% при весьма плотных грунтах основания ( $k=100 \div 200$  МПа/м) и до 20–25% при грунтах средней плотности ( $k=5 \div 50$  МПа/м). В случае обводненных грунтов основания ( $k < 5$  МПа/м) эта величина может достигать 50%. Подобное изменение характеристик системы существенно влияет на подбор параметров гасителя и эффективность его работы.

Для исследования влияния различных факторов на работу многомассовых гасителей были проведены вычислительные эксперименты с использованием математической модели “основная масса – многомассовый гаситель”: упругая система с массой  $m_1$  и коэффициентом жесткости  $c_1$  под действием возмущающей силы  $F_t$  с присоединенным многомассовым гасителем, состоящим из  $(n-1)$  последовательно соединенных упругими связями с коэффициентом жесткости  $c_j$  масс  $m_j$  ( $j=2, \dots, n$ ). При проведении расчетов использовано конечно-разностное представление уравнений движения по временной координате:

$$\begin{cases} m_1 \frac{y_{1,t-1} - 2y_{1,t} + y_{1,t+1}}{\Delta t^2} + c_1 y_{1,t} - c_2 (y_{2,t} - y_{1,t}) = F_t, \\ m_j \frac{y_{j,t-1} - 2y_{j,t} + y_{j,t+1}}{\Delta t^2} + c_j (y_{j,t} - y_{j-1,t}) - c_{j+1} (y_{j+1,t} - y_{j,t}) = 0, \quad j = 2, \dots, n. \end{cases} \quad (20)$$

Проведенные численные эксперименты по оценке влияния различных факторов на работу многомассовых гасителей позволили определить для системы с выбранными характеристиками некоторые оптимальные параметры гасителей (относительная масса, расположение демпфирующего элемента, коэффициент сопротивления движению). Рекомендации выработаны по критерию наименьшего общего размаха колебаний системы. Разработанная методика численного моделирования дает возможность найти оптимальные параметры для систем с различными характеристиками и сравнить эффективность использования различных видов гасителей.

**В пятом разделе** описан физический эксперимент, выполненный для подтверждения адекватности разработанной математической модели. Конструктивная схема и фотография макета, изготовленного для проведения физического эксперимента, показаны на рисунке 6.

Определение частоты собственных колебаний конструкции осуществлялось экспериментально. Конструкция отклонялась от положения равновесия близко к первой форме колебаний. Данное отклонение было начальным условием движения. Освобожденная конструкция совершала затухающие колебания около положения равновесия. Замерялся период, вычислялась частота собственных колебаний. Таким образом, было установлено, что частота собственных колебаний представленной конструкции равна  $\omega_1 = 0,95$  Гц.

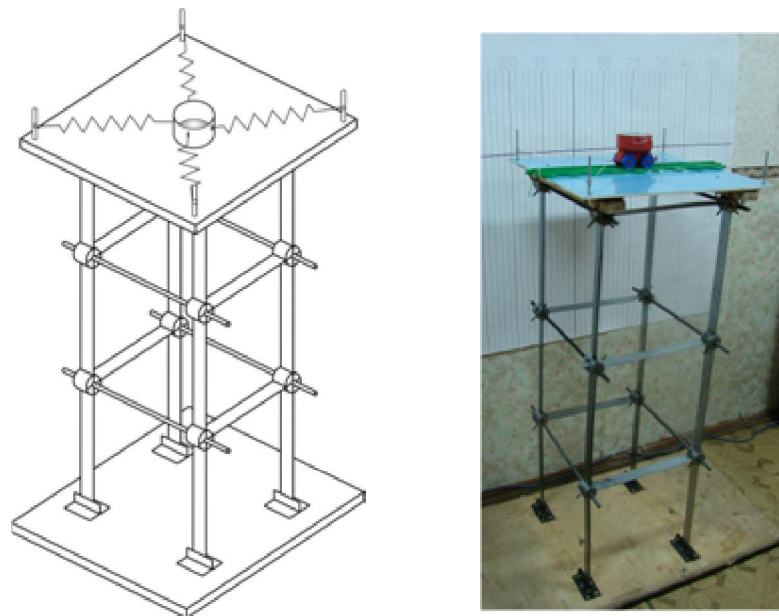


Рисунок 6 – Конструктивная схема и фотография макета

Экспериментальные данные были проверены путем проведения расчета на определение собственной частоты конструкции, элементы которой работают на растяжение-сжатие и изгиб. В качестве расчетной модели в данном случае была использована плоская конструкция, т.к. моделируются и рассматриваются только линейные колебания. Расчетное значение собственной частоты составляет 6,558 рад/с, что соответствует  $\omega_1 = 1,05$  Гц. Отклонение экспериментальных данных от результатов теоретических расчетов (около 10%) обусловлено наличием составного, а не монолитного сечения элементов (что создает возможность относительных смещений составляющих частей стоек при колебаниях башни), конечными



размерами узловых масс и узловых соединений, геометрически нелинейным поведением башни при больших перемещениях.

Имитация ветровой пульсационной нагрузки осуществлялась путем возвратно-поступательного колебательного движения воздухоудвухного устройства, регулируемого метрономом. Для достижения эффекта резонанса значение частоты метронома было установлено в соответствии с расчетными и экспериментальными значениями собственной частоты конструкции.

Разработанная установка позволяет моделировать резонансные колебания башни и работу нелинейного динамического гасителя при ветровом воздействии. При совпадении собственной частоты колебаний модели и частоты ветрового воздействия амплитуда движения верхнего яруса башни достигает 25–30 см. Изгиб элементов башни в этом случае описывается геометрически нелинейными соотношениями. После включения гасителя в работу амплитуды колебаний башни уменьшаются в 2–3 раза – до 10–12 см. Уменьшение амплитуд колебаний сооружения обусловлено тем, что возникающие при работе гасителя силы направлены противоположно возмущающим воздействиям.

Таким образом, сопоставление результатов физического и вычислительных экспериментов показало их качественное соответствие. Результаты проведенных экспериментов показывают эффективность разработанных моделей и численных методов.

**В приложении** приведены акты внедрения результатов диссертационной работы.

## **ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ**

1. Разработан метод математического моделирования пространственных систем “высотное сооружение – нелинейный гаситель – вязкоупругое основание”, позволяющий изменять входные параметры для исследования различных конструктивных схем и вариантов нагружения.

2. Разработан метод математического моделирования многостепенных гасителей линейно-угловых колебаний высотных объектов с использованием матричных форм представления разрешающих уравнений движения.

3. Создана методика моделирования динамического равновесия фундаментной плиты на вязкоупругом основании и отдельных опор, позволяющая учесть влияние конечной жесткости грунтового основания на работу нелинейного гасителя колебаний здания.

4. Модернизирован численный метод решения уравнений динамического равновесия системы “основание – сооружение – гаситель” для определения перемещений узловых точек модели сооружения и разработан программный комплекс, реализованный в системе компьютерной алгебры MathCAD с использованием специальных библиотек MATLAB, для проведения вычислительного эксперимента над системой, обеспечивающий возможность исследования пространственного поведения высотного объекта в различных режимах.

5. Представлены результаты вычислительных экспериментов, полученные с использованием разработанного программного комплекса, в сравнении с результатами физического эксперимента.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК

1. Земцова, О.Г. Оптимизация многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии [Текст]/ А.И. Шеин, О.Г. Земцова// Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. – 2010. – № 1 (13). – С. 113–122.

2. Земцова, О.Г. Схемы и теория гасителей пространственных колебаний сооружений [Текст]/ А.И. Шеин, О.Г. Земцова// Региональная архитектура и строительство. – 2010. – № 1 (8). – С. 45–52.

3. Земцова, О.Г. Снижение уровня колебаний системы “упругое основание – высотное сооружение” с помощью нелинейного динамического гасителя [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Региональная архитектура и строительство. – 2011. – № 2 (11). – С. 83–91.

4. Земцова, О.Г. Экспериментальные исследования эффективности работы нелинейного гасителя колебаний кольцевого типа при колебаниях башни в ветровом потоке [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2011. – № 5-2 (38). – С. 385–389.

### Монографии

5. Земцова, О.Г. Гашение колебаний высотных сооружений. Часть 1. Современное состояние проблемы [Текст]/ А.И. Шеин, С.В. Бакушев, М.Б. Зайцев, О.Г. Земцова. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2011. – 234 с.

6. Земцова, О.Г. Гашение колебаний высотных сооружений. Часть 2. Математическое моделирование объектов с гасителями при ветровой нагрузке [Текст]/ А.И. Шеин, О.Г. Земцова. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2012. – 132 с.

### Публикации в других изданиях

7. Елистратова, О.Г. Обзор современных иностранных книг по методу конечных элементов [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Елистратова // Актуальные проблемы современного строительства: сборник статей международной научно-технической конференции. Ч.1. Фундаментальные и прикладные исследования в области технических наук. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2007. – С. 132–134.

8. Елистратова, О.Г. Коэффициент концентрации кривизны при решении задач по малоцикловой усталости балок [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Елистратова // Актуальные проблемы современного строительства: тезисы докладов международной научно-технической конференции. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2007. – С. 205–206.

9. Елистратова, О.Г. Оптимизация некоторых параметров многомассовых гасителей колебаний [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Елистратова // Региональная архитектура и строительство. – 2008. – № 2 (5). – С. 78–86.

10. Елистратова, О.Г. Оптимизация и численные эксперименты по исследованию эффективности работы многомассовых гасителей колебаний [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Елистратова // Эффективные строительные конструкции: теория и практика: сборник статей VIII международной научно-технической конференции. – 2008. – С. 238–243.

11. Земцова, О.Г. Исследование колебательных движений стальных башен в переменном ветровом потоке и влияние ДГК на эти движения в резонансных режимах [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов: сборник статей международной научно-технической конференции. – 2009. – С. 135–139.
12. Земцова, О.Г. Создание математической модели для исследования колебательных движений стальных башен в переменном ветровом потоке [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов: сборник статей Международной научно-технической конференции. – 2009. – С. 132–135.
13. Земцова, О.Г. Моделирование параметров ветрового потока в задачах динамики [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сборник материалов XI международной научно-технической конференции. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2010. – С. 107–108.
14. Земцова, О.Г. Решение задач динамики с помощью метода смещенных разностей [Текст] / А.И. Шеин, М.Б. Зайцев, О.Г. Земцова // Строительная индустрия: вчера, сегодня, завтра: сборник статей II международной научно-практической конференции. – Пенза: РИО ПГСХА, 2011. – С. 175–180.
15. Земцова, О.Г. Построение и численная реализация нелинейных моделей основания и гасителя в системе “основание – сооружение – гаситель” при ветровых воздействиях [Текст] / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений: сборник материалов IV Международного симпозиума. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ (НИУ), 2012. – С. 209–211.
16. Пат. 111864 Российская Федерация, МПК E04B1/98, E04H9/02, E02D27/34. Динамический гаситель колебаний зданий и сооружений [Текст] / Земцова О.Г., Шеин А.И.; заявитель и патентообладатель Пензенский государственный университет архитектуры и строительства. – № 2011126163/03; заявл. 24.06.2011; опубл. 27.12.2011, Бюл. № 36.

**ОЛГА ГРИГОРЬЕВНА ЗЕМЦОВА**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ  
ВЫСОТНЫХ СООРУЖЕНИЙ С ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ**

Специальность 05.13.18 – математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Компьютерная верстка Д.Б. Фатеева, Н.Н. Зосимовой

Сдано в производство 25.02.13. Формат 60x84  $\frac{1}{16}$   
Бумага типогр. №1. Печать трафаретная. Шрифт Times New Roman Cyr.  
Усл. печ. л. , . Уч.-изд. л. , . Заказ № . Тираж .

---

Пензенская государственная технологическая академия.  
440605, Россия, г. Пенза, пр. Байдукова/ ул. Гагарина, 1<sup>а</sup>/11.