

УДК 620.193

## Выбор материалов на основе квалиметрического подхода

К. Р. Таранцева, Л. Г. Пятирублевый, М. И. Яхкинд

Пензенская государственная технологическая академия  
E-mail: kr@pgta.ac.ru

Статья поступила в редакцию 09.02.2009.

Предложен метод комплексной оценки свойств конструкционных материалов, согласно которому набор реальных характеристик объекта сравнивается с набором характеристик условного эталона, имеющего лучшие показатели характеристик сравниваемых объектов. По результатам расчетов оптимальным по количественным характеристикам признается тот материал, у которого обобщенная (комплексная) оценка будет наибольшей.

*Ключевые слова:* конструкционные материалы, оптимальные свойства, комплексная оценка, аналитические методы, функция оценивания.

**К**онструкционные материалы, используемые для аппаратного оформления процессов различных химических производств, по условиям их эксплуатации должны отвечать многим, и зачастую, противоречивым требованиям (прочность, пластичность, обрабатываемость резанием, свариваемость, коррозионная стойкость, приемлемая стоимость и т. д.). В связи с этим выбор конструкционного материала, обладающего оптимальным набором свойств, т. е. его комплексная оценка, — сложная задача, для решения которой часто используют экспертные методы, отличающиеся большой неопределенностью и нередко невысокой достоверностью.

Наибольшее распространение при выборе конструкционных материалов получил дифференцированный подход, согласно которому по особенностям воздействия эксплуатационных факторов на изделие или конструкцию устанавливаются классификационная принадлежность материала, необходимый набор свойств и их предельно допустимые числовые значения. Затем из набора марок материалов данной классификационной принадлежности выбирается тот, который наиболее удовлетворяет требуемым условиям. Таким образом, выбор конструкционных материалов осуществляется дифференцированно, по набору единичных показателей свойств.

В случае если необходимым условиям удовлетворяют несколько материалов, дальнейший отбор ведут по методу прецедентов, т. е. в конечном итоге выбирают конкретную марку материала, которая наилучшим образом зарекомендовала себя

при эксплуатации подобных изделий в сходных условиях.

Недостатками дифференцированного подхода являются:

- 1) низкая информативность;
- 2) неопределенность в ранжировании свойств;
- 3) отсутствие четких моделей выбора;
- 4) преобладание отраслевых интересов при разработке рекомендаций по выбору материалов.

К достоинствам дифференцированного подхода следует отнести:

- 1) гарантированное обеспечение запаса свойств единичных показателей;
- 2) ориентацию на материалы, которые хорошо зарекомендовали себя в различных условиях эксплуатации.

В то же время опыт, накопленный в квалиметрии, позволяет производить комплексную оценку свойств при выборе конструкционных материалов с использованием аналитических методов. (Квалиметрия — наука о сравнительном оценивании объектов по совокупности их материальных и нематериальных характеристик и способах обеспечения точности и достоверности результатов оценки). Так, в методе обобщенной (комплексной) оценки объектов набор реальных характеристик объекта сравнивается с набором характеристик условного эталона (воображаемого объекта), имеющего лучшие показатели характеристик сравниваемых объектов. Условный эталон воссоздается по общепринятым правилам и в последующем обеспечивает требуемую точность и достоверность полученных результатов. По результатам расчетов оптимальным по количественным характеристикам признается тот объект, у которого обобщенная (комплексная) оценка будет наивысшей.

В основе аналитического метода оценивания объектов заложено попарное сравнение характеристик  $F_i$  реального материала с характеристиками  $F_{i3}$  виртуального материала по формулам двух видов:

$$P_i = \frac{F_i}{F_{i3}}; \quad (1)$$

$$P_i = \frac{F_{i3}}{F_i}. \quad (2)$$

Выбор формулы зависит от абсолютных величин  $F_i$  и  $F_{i0}$ . В случае  $F_i < F_{i0}$  используют формулу (1), если  $F_i > F_{i0}$  используют формулу (2).

Зачастую ряд характеристик конструкционного материала оценивается не только числовыми величинами, но и лингвистическими понятиями: высокая, хорошая, удовлетворительная, вполне удовлетворительная и низкая и др. (обрабатываемость резанием, свариваемость, коррозионная стойкость материалов). В этом случае по определенным правилам таким лингвистическим характеристикам необходимо присвоить соответствующую количественную величину  $F_i$  в принятом диапазоне от нуля до единицы.

Для обеспечения достоверности обобщенной оценки необходимо, чтобы:

- обобщенная оценка была безразмерной, вероятностной по природе и статистической по смыслу;
- диапазон оценки составлял от нуля до единицы;
- погрешность обобщенной оценки обуславливалась погрешностями оцениваемых свойств материалов;
- условия воссоздания виртуального материала или виртуального эталона материала были достижимы.

Для этого аналитическая функция оценивания должна отвечать следующим требованиям [1—3]:

- 1) отражать как общие, так и частные характеристики конструкционного материала;
- 2) учитывать важность отдельных характеристик материала;
- 3) определять погрешность конечной оценки;
- 4) резко снижать конечную оценку при наличии нескольких низких величин  $P_i$ , более важных по их значимости;
- 5) обладать степенью защиты от преднамеренного получения завышенной или заниженной конечной оценки.

Указанным требованиям наилучшим образом отвечает функция оценивания, сформулированная на основе функции выборочной средней. Существует свыше шести типов и сорока видов выборочных средних. Из них естественной, т. е. вытекающей из аналитических методов получения точечных оценок, является простая средняя арифметическая  $Q_A$ , как не смещенная, эффективная и достаточная оценка математического ожидания:

$$Q_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \quad (3)$$

Все остальные виды простых выборочных средних являются искусственными и предназначаются для решения частных статистических задач с элементами преднамеренности получения величин средней выборочной, для которых характерно

свойство мажорантности  $Q_T \leq Q_C \leq Q_A$ . К ним относятся:

- простая средняя геометрическая

$$Q_C = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n P_i} \quad (4)$$

- простая средняя гармоническая

$$Q_T = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{P_i}} \quad (5)$$

Абсолютная погрешность выборочных средних по (3), (4) и (5) вычисляется по формуле:

$$\Delta_{np} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta P_i^2} \quad (6)$$

где  $n$  — число сравниваемых характеристик;  $\Delta P_i$  — погрешность  $P_i$  характеристики.

К типу взвешенных выборочных средних, обладающих повышенной преднамеренностью, относятся:

- средняя взвешенная арифметическая

$$Q_{BA} = \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i \quad (7)$$

где  $\alpha_i$  — коэффициенты весомости, подобранные таким образом, чтобы  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1,0$ ;

- средняя взвешенная геометрическая

$$Q_{BC} = \prod_{i=1}^n P_i^{\alpha_i} \quad (8)$$

- средняя взвешенная гармоническая

$$Q_{BT} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{P_i}} \quad (9)$$

Абсолютная погрешность взвешенных средних по (7), (8) и (9) определяется по формуле:

$$\Delta_{BA} = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta \alpha_i^2 P + \alpha \Delta P_i^2)}, \quad (10)$$

где  $\Delta \alpha_i$  — погрешность коэффициентов весомости;  $\Delta P_i$  — погрешность  $P_i$  характеристики.

Повышенными свойствами преднамеренности обладают также выборочные кумулятивные средние:

■ кумулятивная арифметическая

$$\left. \begin{aligned} Q_{KA} &= \frac{G_{n-2} + P_n}{2} \\ G_1 &= \frac{P_1 + P_2}{2} \\ G_2 &= \frac{G_1 + P_3}{2} \\ \dots \\ G_{n-2} &= \frac{G_{n-3} + P_{n-1}}{2} \end{aligned} \right\} (11)$$

■ кумулятивная взвешенная арифметическая

$$\left. \begin{aligned} Q_{KBA} &= \alpha G_{n-2} + \beta P \\ G_1 &= \alpha P_1 + \beta P \\ G_2 &= \alpha G_1 + \beta P_3 \\ \dots \\ G_{n-2} &= \alpha G_{n-3} + \beta P_{n-1} \\ \alpha + \beta &= 1,0, \end{aligned} \right\} (12)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты весомости.

Абсолютная погрешность кумулятивной арифметической

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{KA} &= \frac{1}{2} \sqrt{\Delta G_{n-2}^2 + \Delta P_n^2} \\ \Delta G_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{\Delta P_1^2 + \Delta P_2^2} \\ \Delta G_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{\Delta G_1^2 + \Delta P_3^2} \\ \dots \\ \Delta G_{n-2} &= \frac{1}{2} \sqrt{\Delta G_{n-3}^2 + \Delta P_{n-1}^2} \end{aligned} \right\} (13)$$

Абсолютная погрешность кумулятивной взвешенной арифметической определяется по формуле

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{KBA} &= E_{cp} \sqrt{\Delta \alpha^2 + \Delta \beta^2} \\ E_{cp} &= \frac{P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n + G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_{n-2}}{2n - 2} \end{aligned} \right\} (14)$$

где  $\Delta \alpha$  и  $\Delta \beta$  — погрешности коэффициентов весомости.

К важным свойствам выборочных средних относятся:

1) для всех видов геометрических и гармонических средних при наличии хотя бы одной  $P_i = 0$  функция оценивания обращается в нуль;

2) для всех видов арифметических средних наличие хотя бы одной  $P_i = 0$  не обращает функцию оценивания в нуль;

3) использование коэффициентов весомости для всех взвешенных видов средней позволяет усилить принцип преднамеренности;

4) принцип преднамеренности существенно усиливается для кумулятивных средних, без обращения функции оценивания в нуль, даже при наличии нескольких  $P_i = 0$ ;

5) для кумулятивных средних принцип преднамеренности усиливается для наиболее важных характеристик конструкционных материалов.

Однако пока не существуют объективные аналитические методы выбора коэффициентов весомости для взвешенных средних, что затрудняет их применение в расчетах. С целью существенного уменьшения влияния принципа преднамеренности на конечный результат оценивания задачу определения обобщенной оценки конструкционных материалов представляется возможным упростить за счет комбинирования некоторых точечных выборочных средних и вычисления средней из средних. В этом случае согласно законам статистики среднее квадратическое отклонение средней из ряда средних уменьшается от их числа  $n$  в  $\sqrt{n}$  раз:

$$\sigma_{ком} = \frac{\sigma_{исх}}{\sqrt{n}} (15)$$

Следовательно, среднее из средних имеет меньший разброс значений, чем исходные расчетные точечные средние, что повышает точность результата оценивания.

С учетом этого в качестве функции сравнительного оценивания конструкционных материалов предлагается комбинированная обобщенная средняя, сформированная из исходных средних (3), (7), (11) и (12):

$$Q_{КОМ} = \frac{Q_A^2 + Q_{BA}^2 + Q_{KA}^2 + Q_{KBA}^2}{Q_A + Q_{BA} + Q_{KA} + Q_{KBA}} (16)$$

Погрешность комбинированной обобщенной средней определяется по формуле:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{КОМ} &= (17) \\ &= \frac{\sqrt{Q_A^2 \cdot \Delta Q_A^2 + Q_{BA}^2 \cdot \Delta Q_{BA}^2 + Q_{KA}^2 \cdot \Delta Q_{KA}^2 + Q_{KBA}^2 \cdot \Delta Q_{KBA}^2}}{Q_A + Q_{BA} + Q_{KA} + Q_{KBA}} \end{aligned}$$

В формулу (16) вошли только точечные средние  $Q_A$  и  $Q_{BA}$  из простых и взвешенных средних, поскольку для всех остальных различия между арифметическими, геометрическими и гармоническими значениями невелики при числе исходных характеристик материалов менее десяти, и поэтому нет необходимости усложнять вид аналитической функции оценивания, поскольку это не оказывает влияния на точность конечного результата. В случае если на выбор конструкционного материала влияет его цена, то окончательный выбор следует производить по величине соотношения цены  $C$  и качества  $Q_{КОМ}$ :

$$Q_c = \frac{C}{Q_{КОМ}} (18)$$

1. Характеристики конструкционных материалов

Материал	Характеристики материала						Цена, у. е./кг
	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	
	Временное сопротивление $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_T$ , МПа	Ударная вязкость $KCU$ , МДж	Обрабатываемость резанием	Свариваемость	Коррозионная стойкость	
A	750	450	0,40	Хорошая	Низкая	Очень высокая	15,5
B	950	500	0,80	Удовлетворительная	Средняя	Низкая	15,0
C	1000	800	0,60	Вполне удовлетворительная	Высокая	Высокая	18,0
D	1100	850	0,45	То же	То же	Средняя	17,0

Оптимальным для заданных условий эксплуатации признается материал, у которого величина  $Q_c$  будет меньшей.

В соответствии с рассмотренным выше подходом предлагается следующая последовательность комплексной оценки свойств при выборе конструкционного материала по обобщенной средней:

1) задают набор характеристик конструкционного материала;

2) располагают характеристики в прямой ранжированный ряд (от менее важных к более важным);

3) определяют количественные и лингвистические характеристики;

4) составляют таблицу мер для лингвистических характеристик;

5) формируют набор характеристик для виртуального материала;

6) вычисляют относительные величины  $P_i$ ;

7) вычисляют точечные оценки выборочных арифметических средних;

8) вычисляют обобщенные оценки сравниваемых материалов на основе комбинированной выборочной средней;

9) определяют погрешности функции оценивания;

10) сравнивают результаты вычислений для различных материалов и выбирают подходящий конструкционный материал для изделия по наибольшей величине обобщенной оценки  $Q_{КОМ}$  или по наименьшей  $Q_c$ .

**Пример.** Выбрать оптимальный конструкционный материал для оборудования химико-фармацевтического производства из четырех сравниваемых A, B, C, D, характеристики которых приведены в табл. 1. Оборудование эксплуатируется в условиях воздействия коррозионно-активной среды.

**Решение**

1. На основании требований, предъявляемых к конструкционному материалу, эксплуатируемому в условиях воздействия коррозионной среды, составляем прямой ранжированный ряд характери-

стик материалов (от менее важного к более важному):  $F_6, F_5, F_4, F_3, F_2, F_1$ .

2. Для лингвистических характеристик составляем таблицу мер (табл. 2).

2. Таблица мер лингвистических характеристик конструкционных материалов

Мера	Лингвистические характеристики		
	$F_4$	$F_5$	$F_6$
0,2	—	—	Низкая
0,3	—	Низкая	—
0,4	Вполне удовлетворительная	—	—
0,5	—	—	—
0,6	Удовлетворительная	Средняя	Средняя
0,7	—	—	—
0,8	—	—	Высокая
0,9	—	—	—
1,0	Хорошая	Высокая	Очень высокая

3. Составляем набор характеристик для виртуального конструкционного материала по наилучшим характеристикам из сравниваемых материалов (табл. 3).

3. Характеристики виртуального конструкционного материала

$F_{1э}$	$F_{2э}$	$F_{3э}$	$F_{4э}$	$F_{5э}$	$F_{6э}$
Временное сопротивление $\sigma_b$ , МПа	Предел текучести $\sigma_T$ , МПа	Ударная вязкость $KCU$ , МДж	Свариваемость	Стоимость	Коррозионная стойкость
1100	850	0,8	Хорошая	Высокая	Очень высокая

4. Из табл. 1 и 2 по формуле (1) вычисляем относительные величины  $P_i$  для сравниваемых конструкционных материалов (табл. 4).

4. Относительные величины коэффициента попарного сравнения  $P_i$  для рассматриваемых конструкционных материалов

Материал	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
A	0,68	0,53	0,50	1,0	0,3	1,0
B	0,86	0,59	1,00	0,6	0,6	0,2
C	0,91	0,94	0,75	0,4	1,0	0,8
D	1,00	1,00	0,56	0,4	1,0	0,6

5. Вычисляем точечные выборочные средние для сравниваемых конструкционных материалов по формулам (3)—(5), (7)—(9), (11) и (12) (табл. 5).

5. Точечные выборочные средние для сравниваемых конструкционных материалов

Материал	$Q_A$	$Q_C$	$Q_A$	$Q_{BA}$	$Q_{BC}$	$Q_{BA}$	$Q_{CA}$	$Q_{KBA}$
A	0,666	0,600	0,540	0,890	0,880	0,870	0,900	0,244
B	0,640	0,590	0,510	0,839	0,830	0,819	0,860	0,320
C	0,800	0,711	0,630	0,730	0,720	0,711	0,760	0,340
D	0,760	0,690	0,620	0,633	0,620	0,612	0,640	0,360

При вычислении средних  $Q_{BA}$ ,  $Q_{BC}$  и  $Q_{CA}$  были приняты коэффициенты весомости  $\alpha_1 = 0,05$ ,  $\alpha_2 = 0,10$ ,  $\alpha_3 = 0,10$ ,  $\alpha_4 = 0,15$ ,  $\alpha_5 = 0,25$ ,  $\alpha_6 = 0,35$ . При вычислении средней  $Q_{KBA}$  были приняты коэффициенты весомости  $\alpha = 0,4$  и  $\beta = 0,6$ . Максимальная абсолютная погрешность для всех  $P_i$  принята  $\Delta P_i = 0,1$ , а для коэффициентов весомости  $\alpha$  и  $\beta$  погрешность  $\Delta \alpha = \Delta \beta = 0,1$ .

Погрешность точечных средних вычисляем по формулам (6), (10), (12), (13) и (14) (табл. 6).

6. Погрешность точечных средних для сравниваемых конструкционных материалов

Материал	$\Delta Q_A$	$\Delta Q_{BA}$	$\Delta Q_{CA}$	$\Delta Q_{KBA}$
A	0,040	0,032	0,020	0,016
B	0,040	0,030	0,022	0,018
C	0,040	0,034	0,021	0,019
D	0,040	0,035	0,024	0,020

Из данных табл. 6 следует, что погрешности кумулятивных средних  $Q_{CA}$  и  $Q_{KBA}$ , обладающих большей преднамеренностью, самые низкие, так как они учитывают важность отдельных характеристик материалов.

6. Поскольку для вычисления точечных средних использовался принцип преднамеренности за счет коэффициентов весомости, то для выравнивания результатов и получения объективной оценки сравниваемых материалов используем комбинированную обобщенную среднюю (16) как аналитическую функцию оценивания. Результаты

расчетов оценки комбинированной обобщенной средней (16), ее погрешности (17) и соотношение цены и качества для сравниваемых конструкционных материалов приведены в табл. 7.

7. Комбинированные обобщенные средние оценки, их погрешности и соотношения цены и качества для сравниваемых конструкционных материалов

Материал	$Q_{КОМ}$	$\Delta Q_{КОМ}$	$Q_c$
A	0,77	0,023	20,0
B	0,73	0,022	20,6
C	0,66	0,020	27,2
D	0,63	0,021	27,0

7. Как видно из данных табл. 7, наибольшую обобщенную комплексную оценку имеет материал марки А  $Q_{КОМ} = 0,77 \pm 0,012$ , поскольку с учетом ее погрешности  $\Delta Q_{КОМ} = 0,012$  величина оценки не перекрывается ближайшим значением для материала марки В  $Q_{КОМ} = 0,73 \pm 0,011$  даже при неблагоприятных сочетаниях величин их погрешностей. С учетом соотношения цены и качества наименьшее значение  $Q_c = 20$  имеет также материал марки А. Следовательно, из сравниваемых конструкционных материалов, по величинам  $Q_{КОМ}$  и  $Q_c$  для разрабатываемой конструкции следует выбрать материал марки А.

Таким образом, предлагаемый аналитический метод комплексной оценки свойств при выборе конструкционных материалов из ряда сравниваемых позволяет:

- сопоставлять различные физические характеристики материалов;
- учитывать важность ряда характеристик материалов;
- обеспечивать малую погрешность расчетных оценок при достаточно больших погрешностях исходных характеристик материалов;
- учитывать стоимость материалов;
- достигать большей объективности по сравнению с ранее применявшимися экспертными методами.

Предлагаемый квалиметрический метод выбора конструкционных материалов разработан на основе современных достижений теоретической квалиметрии и может быть использован как для решения задач по выбору материалов, так и для проверки решения таких задач, выполненных традиционными методами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыжаков В. В., Таранцева К. Р., Пятирублевый Л. Г. Основы выбора конструкционных материалов. Пенза: ЦНТИ, 1998. 149 с.
2. Таранцева К. Р., Пятирублевый Л. Г. Выбор материалов на основе представлений квалиметрии. Пенза: ПТИ, 1999. 149 с. // Деп. в ВИНТИ 23.09.99, № 2917-В99.
3. Таранцева К. Р., Пятирублевый Л. Г. Оценивание результатов на основе экспертно-аналитических методов // Открытое образование. 2001. № 3. С. 32—36.